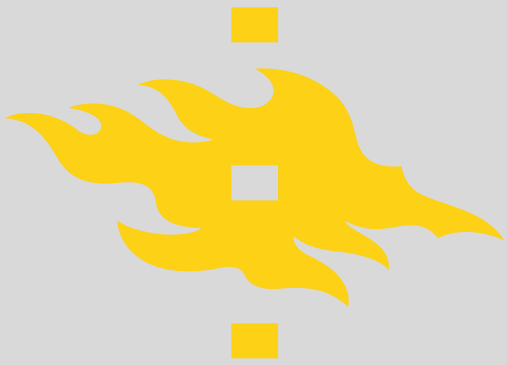




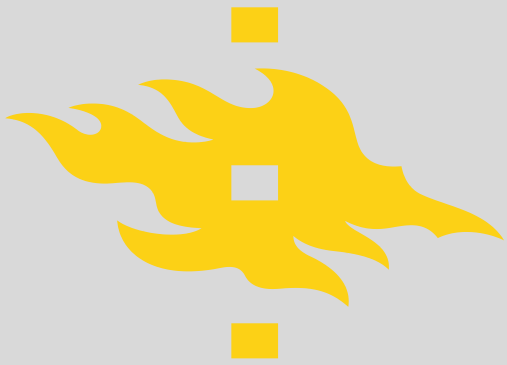
Avoimet ongelmatehtävät yläkoulun ja lukion matematiikan opetuksessa

Päivi Portaankorva-Koivisto
Helsingin yliopisto
Luma-päivät Joensuussa 1.- 3.6.2015
1.6.2015 klo 17.30-18.10



Miksi avoimia ongelmatehtäviä pitäisi käyttää opetuksessa?

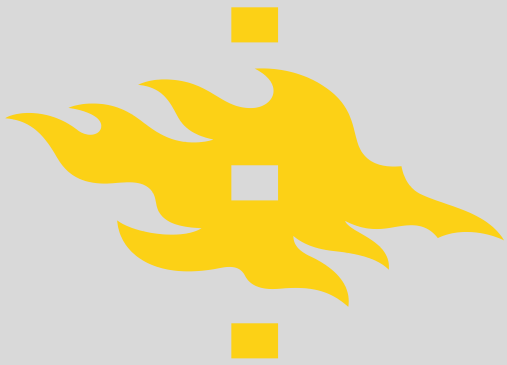
- Schoenfeld (1988): Opetusmenetelmät, jotka keskittyvät perinteisiin oppikirjan tehtäviin kehittävät matematiikan menetelmäosaamista, joka ei siirry koulun ulkopuoliseen käyttöön.
- Avoimet, käytännönläheiset, tutkivat tehtävät edellyttävät oppilaalta taitoja tehdä päätöksiä ja suunnitelmia, valita menetelmiä ja soveltaa matemaattista osaamistaan.
- Tällaiset tehtävät lisäävät iloa ja ymmärrystä, tasapuolisuutta, sekä opitun siirtovaikutusta.



Tutkimusesimerkki

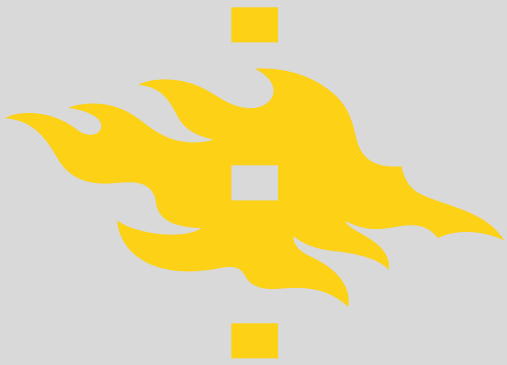
- Kouluetnografia 3 vuotta
- Kohderyhmä: 13-16 –vuotiaat, 300 oppilasta
- Kaksi koulua, jotka olivat oppilasainekseltaan mahdollisimman identtiset, mutta opetusmenetelmiltään hyvin erilaiset.
- Aineisto: havainnoituja oppitunteja 80-100 / koulu, haastatteluja 20 oppilasta ja 4 opettajaa/lukuvuosi, kyselyitä, taustamateriaalia, tehtäviä, kokeita, valtakunnallisia testejä

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education* 29, 1, 41–62.



Amber Hill School

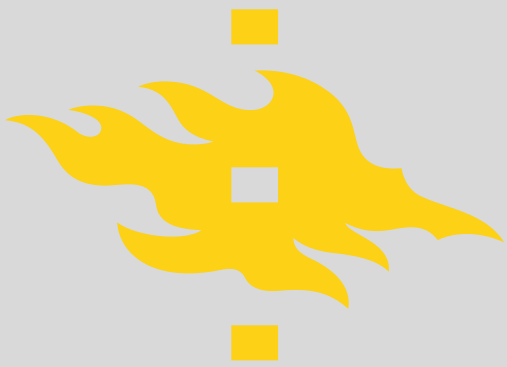
- 8 omistautunutta ja kokenutta matematiikan opettajaa
- Teoriaa ja esimerkkejä taululle 15-20 min ja sitten oppilaat laskivat oppikirjan tehtäviä
- Oppilaat 8 tasoryhmässä
- Tuntityöskentelyn havainnointi:
 - 10 min tunnin alusta: 100 %
 - Puolivälissä tuntia: 99 %
 - 10 min ennen tunnin loppua: 92 %
- Oppilashaastattelut ja –kyselyt:
 - Tylsää ja pitkäveteistä (28%), vaikeaa (40%), ei ymmärrä (20%)
 - *Jo Boaler: Can you think of a maths lesson that you really enjoyed?*
 - *Danielle: No.*
 - *Paula: They're all the same.*
- Havaintoja tunnilta:
 - Passiivista työskentelyä ilman ajatusta
 - Säännön tai esimerkin seuraamista (muistamista 64 %)
 - Opettajan odotusten mukaan käyttäytymistä
 - Kysyttäessä oppilaat kertoivat, millä sivulla ja missä tehtävässä olivat



The volume of a shape is 216, what can it be?

Phoenix Park School

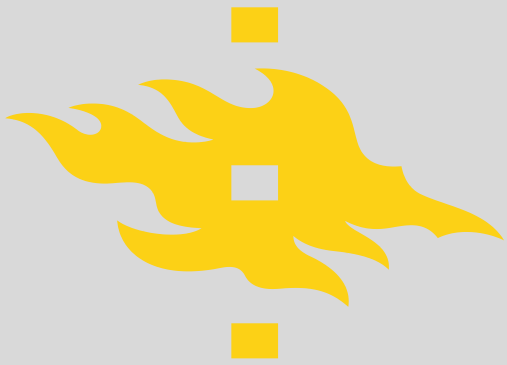
- Avoimia ongelmatehtäviä taitotason mukaan heterogeenisissä, sekoitetuissa ryhmissä, halutessaan vapaasti ja itsenäisesti eri tilassa
- Koulun filosofia: Oppilaiden tulee tehdä realistisia ja itselleen mielekkäitä tehtäviä ja havaita tarve käyttää matematiikkaa
- Tuntityöskentelyn havainnointi:
 - 10 min tunnin alusta: 69%
 - Puolivälissä tuntia: 64%
 - 10 min ennen tunnin loppua: 58%
- Oppilashaastattelut ja –kyselyt:
 - Meluista (23%), hyvä ilmapiiri (17%), kiinnostavaa (15%)
 - *Jo Boaler: Was that the same in your last school, do you think?*
 - *Ian: No, like if we got an answer, they would say, “You got it right.” Here you have to explain how you got it.*
 - *Jo Boaler: What do you think about that—explaining how you got it?*
 - *Ian: I think it helps you.*
- Havaintoja tunnilta:
 - Viidesosa oppilaista ei pitänyt avoimista tehtävistä (useimmiten poikia)
 - Jotkut eivät tehneet tunnilla mitään
 - Kysyttäessä oppilaat kertoivat, mitä ongelmaa he ratkaisivat, mitä olivat jo selvittäneet ja mitä aikoivat seuraavaksi. (muistamista 35 %)



Tutkimustuloksia

- Amber Hillin koulun oppilaat alisuoriutuivat formaalissa testissä, vaikka olivat työskennelleet ahkerasti ja koeorientoituneesti. He eivät myöskään soveltamaan tietojaan ongelmanratkaisutehtävissä.
- Phoenix Parkin koulun oppilaat työskentelivät usein tehottomasti, jotkut tuskin lainkaan, mutta menestyivät paremmin testeissä ja arkielämän tehtävissä. Heidän asenteensa matematiikkaa kohtaan oli myönteinen.

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education* 29, 1, 41–62.



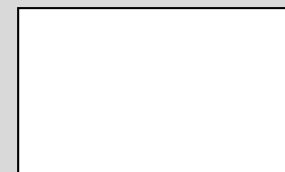
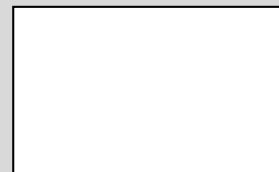
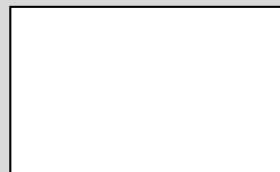
Mikä on matemaattinen ongelmatehtävä?

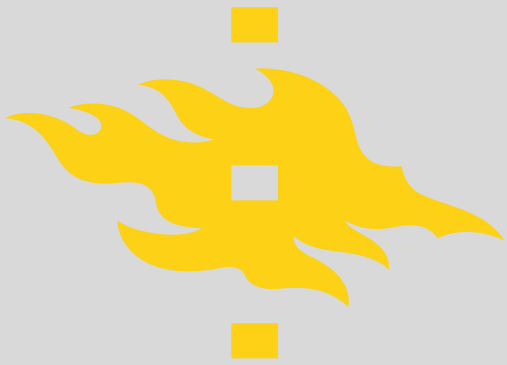
Tehtävä, josta opiskelija on kiinnostunut ja johon hän uppoutuu löytääkseen ratkaisun.

Tehtävä, jonka ratkaisemiseksi opiskelijalla ei ole valmista toimintamallia.

Schoenfeld (1989)

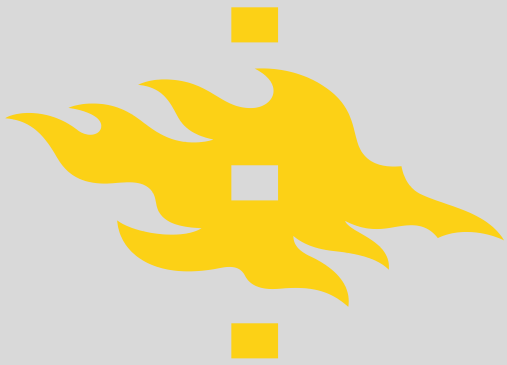
Suunnittele mahdollisimman monta erilaista kolmiraitaista lippua, joissa käytät kolmea eri väriä. Piirrä vaihtoehdot.





Mitkä tekivät ylläpitävät tehtävän kognitiivisia vaateita?

Alentavat kognitiivisia vaateita	Ylläpitävät kognitiivisia vaateita
Ongelmakohdista tulee rutiinia	Opettaja ohjaa opiskelijoiden ajattelua ja päättelyä
Opettaja kertoo ratkaisun vaiheet	Tehtävät perustuvat opiskelijan aikaisemmalle tiedolle
Korostetaan oikeaa ratkaisua	Korostetaan prosessia ja ohjataan perusteluihin ja selityksiin
	Rakennetaan käsitteellisiä yhteyksiä
Tehtävälle on liian vähän aikaa	Riittävästi aikaa tutkia
Opiskelijat eivät ole vastuussa korkealaatuisista suorituksista	Opiskelijat ja opettaja tuottavat yhdessä korkealaatuisia suorituksia

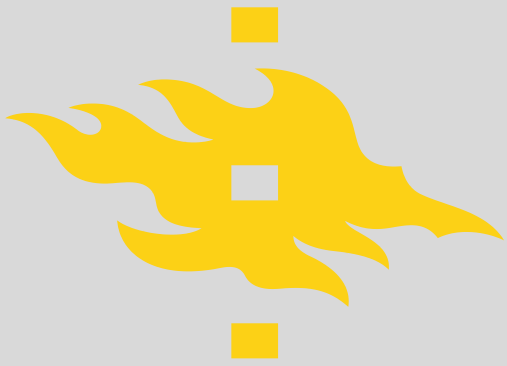


Mikä on avoin tehtävä?

Avoin ongelmatehtävä on tehtävä, jonka ratkaiseminen vaatii, että ratkaisijan on yhdisteltävä ennestään tuttua tietoa hänelle uudella tavalla. Avoimessa ongelmatehtävässä joko alku- tai lopputilanne tai molemmat sisältävät useita vaihtoehtoja.

Jaa neliö kahteen
täsmälleen
samanlaiseen osaan
mahdollisimman
monella eri tavalla.





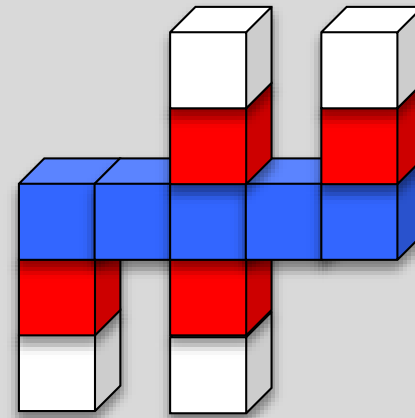
Millaisia avoimia tehtäviä voisimme lisätä opetukseemme?

Miten kynttilä palaa?
Mallinna!

Suunnittele puutarhan kastelujärjestelmä.

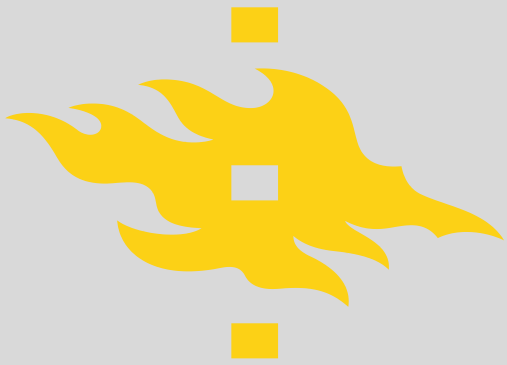
Mallinnustehtäviä?

Miten lämpötila muuttuu kiivettäessä vuorelle?
Mallinna!



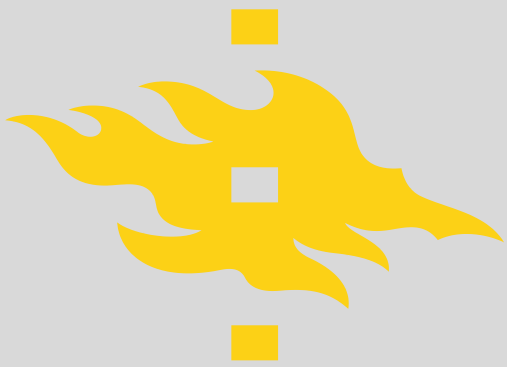
Tutkivia tehtäviä?

Tutki GeoGebraa käyttäen...



Mikä tekee näistä tehtävistä erilaisia?

- Opiskelija joutuu tarkastelemaan tehtävänantoa uusin silmin; hän joutuu pohtimaan annettuja käsitteitä ja tarjolla olevia erilaisia, mahdollisia vaihtoehtoja, ja miten käsitteet avautuvat konkreettisiksi esimerkeiksi.
- Tehtävissä korostuvat vuorovaikutuksellisuus, mielekkyys ja omistajuus.
- Tehtävät tuottavat yhteiseen keskusteluun ja pohdintaan runsaasti materiaalia.
- Avoimiin tutkiviin tehtäviin sopivat myös erinomaisesti toimintavälineet ja teknologia.



Voisivatko opiskelijat tehdä itse tehtäviä? (Problem posing?)

Problem posing

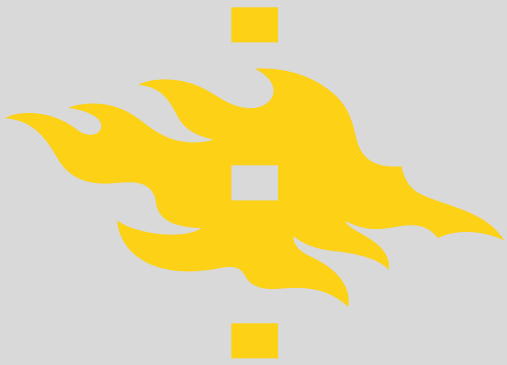
- on prosessi, jossa opiskelijat omiin matemaattisiin kokemuksiinsa nojaten rakentavat henkilökohtaisia tulkintoja tilanteesta ja muokkaavat niistä merkityksellisiä matemaattisia ongelmatehtäviä.

(Stoyanova & Ellerton, 1996).

Tehtävien tekeminen

- kehittää ongelmanratkaisutaitoja
- positiivista suhtautumista ja matemaattista itseluottamusta
- tukee laajempaa matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä
- kehittää matemaattista ajattelua
- lisää luovuutta

(Cai & Cifarelli, 2005; English, 1998; Silver, 1994, 1997; Singer & Moscovici, 2008; Silver, Kilpatrick, & Schlesinger, 1990)

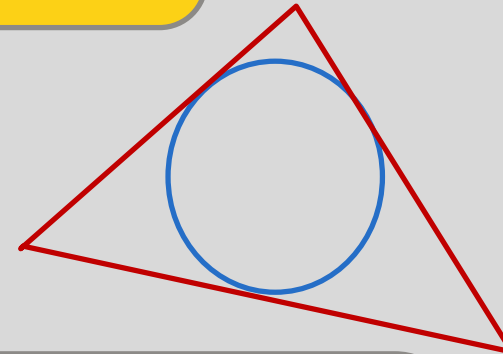


Harpen & Presmeg (2013): Matemaattisten ongelmatehtävien suunnittelu

- Vapaa – laadi ongelmatehtävä annetusta keinotekoisesta tai luonnollisesta tilanteesta
- Puolistrukturoitu – tutki annettua avointa tilannetta
- Strukturoitu – laadi tehtäviä seuraavasta ongelmasta

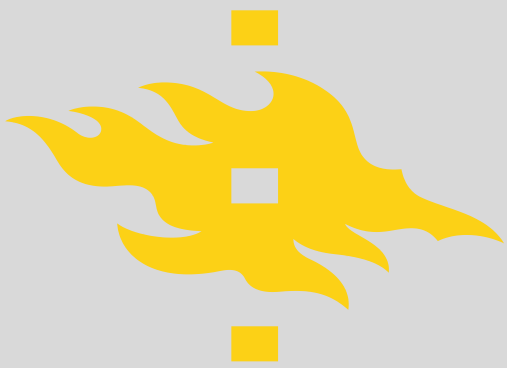
Kymmenen tyttöä ja kymmenen poikaa seisovat rivissä. Laadi tilanteesta niin monta tehtävää kuin keksit.

Laadi kuvasta niin monta tehtävää kuin keksit.



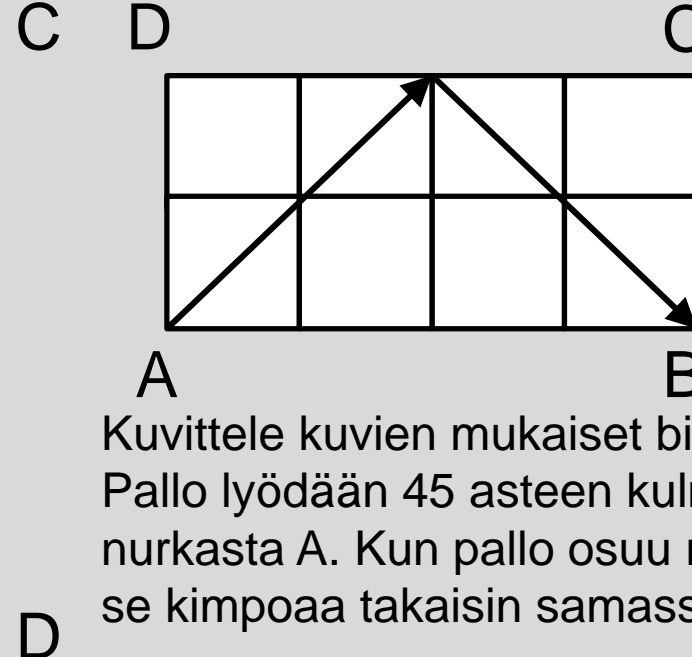
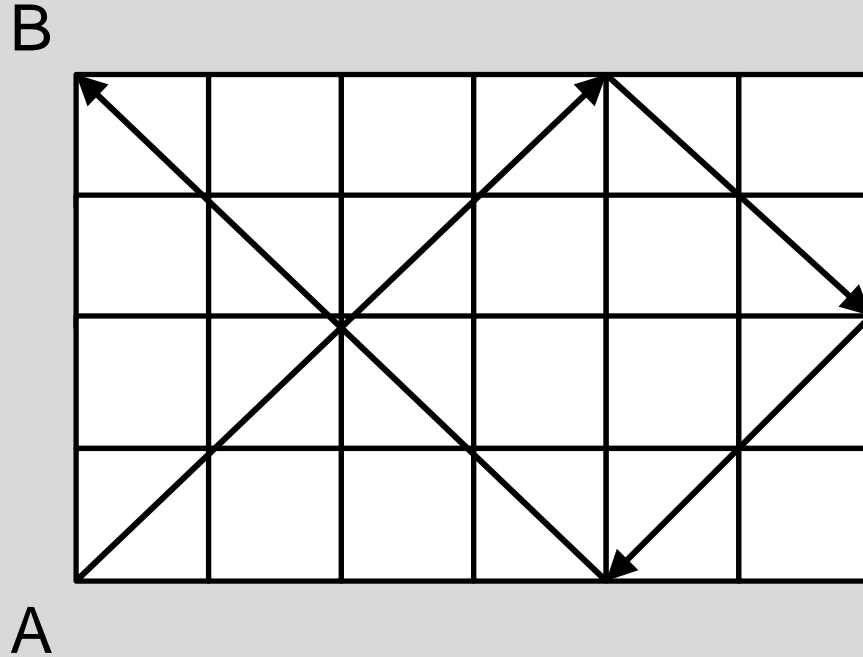
Eilen illalla serkullani oli juhlat ja ovikello soi 10 kertaa. Ensimmäisellä kerralla vain yksi vieras saapui. Seuraavilla kerroilla saapui aina kolme vierasta enemmän kuin edellisellä kerralla.

Kuinka monta vierasta oli lopulta paikalla?
Keksi tilanteesta lisää tehtäviä.



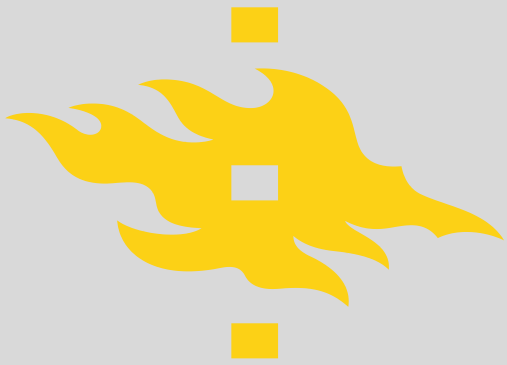
The Billiard Task

Koichu & Kontorovich (2013)



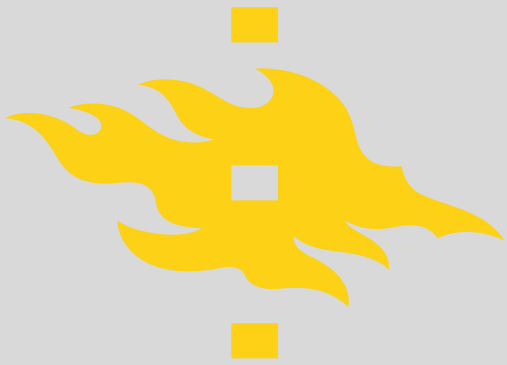
Ensimmäisessä kuvassa (4x6) pallo päätyy pussiin B kolmen reunaosuman jälkeen. Toisessa kuvassa (2x4) pallo päätyy pussiin B yhden osuman jälkeen. Molemmissa peleissä pallo putoaa pussiin.

Keksi niin monta ongelmatehtävää kuin voit.



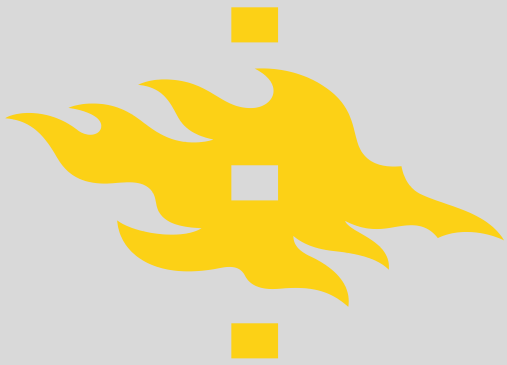
Mitä strategioita?

- Goal manipulation – muutetaan lopputilaa/ tavoitetta
- Symmetry – muutetaan symmetrisesti sekä lopputilaa/ tavoitetta ja olosuhteita
- Chaining – ketjutetaan tehtäviä



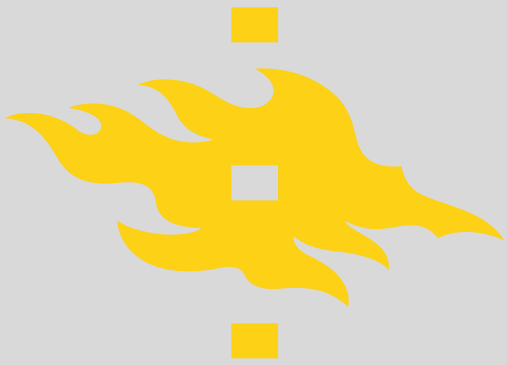
Millaista päättelytekniikkaa?

- Data-driven reasoning – generoidaan useita konkreettisia esimerkkejä, joista voidaan päätellä uusia suhteita
- Hypothesis-driven reasoning – muotoillaan hypoteeseja ja kokeillaan niitä uusiin tilanteisiin



Tehtäviä kenelle?

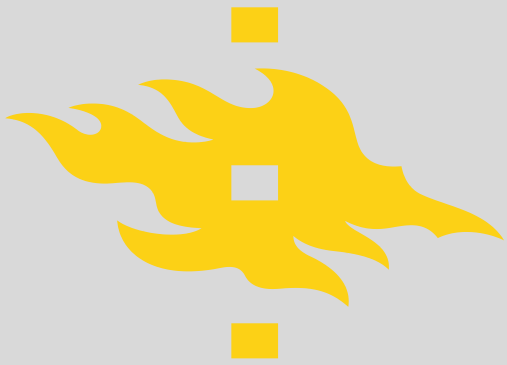
- Itselle tai luokkatoverille - laaditaan tehtäviä, jotka sopivat omiin kriteereihin kiinnostavasta ja merkityksellisestä ongelmatehtävästä
- Mahdollisille arvioijille – laaditaan tehtäviä, joista saisi hyvän arvosanan
- Mahdollisille ratkaisijoille – laaditaan tehtäviä, jotka voisivat olla sopivia mahdollisille ratkaisijoille



Milloin?

- Ennen ongelmanratkaisua (presolution) – laaditaan tehtäviä tarinasta, kuvasta, kaaviosta tai muusta esitysmuodosta
- Ongelmanratkaisun aikana (within-solution) – muutetaan tehtävän tavoitteita tai olosuhteita esim. yksinkertaistamalla ongelmaa
- Ongelmanratkaisun jälkeen (post-solution) – hyödynnetään kokemuksia edellisestä ongelmatehtävästä ja sovelletaan niitä uudessa tilanteessa

Silver (1994)



Miksi siis?

”Vahvimmin oppilaiden matematiikan oppimistuloksia selittivät oppilaiden asennetekijät (matematiikan minäkäsitys ja suoritusluottamus), oppilaiden maahanmuuttajatausta, kodin kulttuurinen tausta sekä avoimuus ongelmanratkaisussa.”

Kupari, P. & Nissinen, K. (2015). Matematiikan osaamisen taustatekijät. Teoksessa J. Välijärvi & P. Kupari (toim.) Millä eväillä osaaminen uuteen nousuun? PISA 2012 tutkimustuloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015:6.